



Олимпиада школьников
**Звезда - таланты
на службе обороны
и безопасности**

Шифр 021011

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы	5	5	15	15	20			60



Задача 1.

Дано: $R = 4 \text{ см}$

$l = 4 \text{ см}$

$t = 4 \text{ с}$

$S = 1,6 \text{ м}$

$v = ?$

Решение:

1) Рассмотрим движение шарика сбоку,



где v_1 - скорость центра шарика,

а v_2 - скорость нижней точки шарика относительно центра.



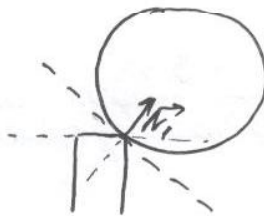
По закону сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

$$|v| = |v_1 - v_2|$$

$$2) v_1 = \frac{S}{t}$$

58

3) $v_2 = \sqrt{a_{ц} \cdot R}$, где $a_{ц}$ - центростремительное ускорение шарика. Оно создается силой реакции опоры.



Сила реакции каждой рейки направлена перпендикулярно касательной, проведенной к шару через точку соприкосновения шарика и рейки.

Получается, что продолжение вектора силы реакции является биссектрисой угла рейки, значит сила реакции опоры направлена под углом 45° к горизонту.

4) Отложим силы реакции от одной точки



$N_1 = N_2$, т.к. точки касания реек равноудалены от центра шара.

Результирующая сила реакции

$$N = N_1 + N_2. \text{ Она является диагональю}$$

квадрата, до которого можно достроить

вектора N_1 и N_2 .

Следовательно, $N = N_1 \cdot \sqrt{2}$.

5) Шарик не падает вниз. Следовательно,

$$\vec{N} + m\vec{g} = 0$$

$$N = mg$$

$$N_1 \cdot \sqrt{2} = mg$$

Но $N_1 = m \cdot a_{ц}$, т.к. создаёт центростремительное ускорение.

$$\text{Тогда } m \cdot a_{ц} = \frac{mg}{\sqrt{2}} \Rightarrow a_{ц} = \frac{g}{\sqrt{2}}$$

$$6) v_2 = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{2}} \cdot R} = \sqrt{\frac{g \cdot R}{\sqrt{2}}}$$

$$7) |v| = |v_1 - v_2| = \left| \frac{S}{t} - \sqrt{\frac{g \cdot R}{\sqrt{2}}} \right| = \left| \frac{1,6 \text{ м}}{4 \text{ с}} - \sqrt{\frac{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{\sqrt{2}}} \right| = 0,126 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $0,126 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Задача 2.

Дано:

R

N

L

$L > R$

q

$E = ?$

Решение:

- 1) Т.к. первоначальный заряд цепи из шариков был равен нулю, то и после того, как эту цепь поместим в электрическое поле, суммарный заряд остался равен нулю.

- 2) Крайние шары равноудалены от центра цепи, следовательно, их заряды равны по модулю, но противоположны по знаку.

Пусть заряд первого шарика равен q_1 , а последнего $-q$.

$$3) E = \frac{\Delta \varphi}{d} = \frac{\varphi_1 - \varphi_N}{d}$$

$d = (N-1)L$, диаметр шаров не учитываем, т.к. внутри заряженного шара $E = 0$.

$$\varphi_1 = \frac{q \cdot k}{R}$$

$$\varphi_2 = \frac{-q \cdot k}{R}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q \cdot k}{R} - \left(\frac{-q \cdot k}{R} \right) = \frac{2q \cdot k}{R},$$

где $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

$$E = \frac{2q \cdot k}{R \cdot d} = \frac{2q \cdot k}{R(N-1)L} = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 R(N-1)L} =$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 R(N-1)L}, \text{ где } \epsilon_0 - \text{электрическая постоянная.}$$

Ответ: $\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R(N-1)L}$

Задача 3.

Дано:

$$h_1 = 0,25 \text{ м}$$

$$h_2 = 0,08 \text{ м}$$

$$\rho_0 = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_1 = 0,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

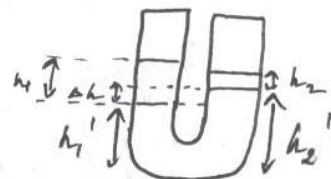
$\Delta h = ?$

Решение:

- 1) $P_1 = P_2$, т.к. жидкости не движутся
- $$P_1 = \rho_1 g h_1 + \rho_0 g h_1'$$

$$P_2 = \rho_2 g h_2 + \rho_0 g h_2'$$

где h_1' - высота ртути в сосуде с маслом,
 h_2' - высота ртути в сосуде с керосином,



ρ_1 - плотность масла, ρ_2 - плотность керосина,
 ρ_0 - плотность ртути.

$$\rho_1 g h_1 + \rho_0 g h_1' = \rho_2 g h_2 + \rho_0 g h_2'$$

$$\rho_1 h_1 + \rho_0 h_1' = \rho_2 h_2 + \rho_0 h_2'$$

$$\rho_0 h_2' - \rho_0 h_1' = \rho_1 h_1 - \rho_2 h_2$$

$$\rho_0 (h_2' - h_1') = \rho_1 h_1 - \rho_2 h_2$$

$$h_2' - h_1' = \Delta h$$

$$\rho_0 \Delta h = \rho_1 h_1 - \rho_2 h_2$$

$$\Delta h = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{\rho_0}$$

$$\Delta h = \frac{10^3 (0,9 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,25 \text{ м} - 0,8 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,08 \text{ м})}{13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} =$$

$$= \frac{0,225 - 0,064}{13,6} \text{ м} = 0,0118 \text{ м} = 1,18 \text{ см}$$

Ответ: 1,18 см

№5. Дано:

$$E = \text{const}$$

m

$$d_2 = d_1 - 0,2d_1$$

$a - ?$

Решение:

1) Шарик неподвижен относительно

$$F_{k1} = mg$$

$F_{k1} = q \cdot E_1$, где q - заряд шарика, E_1 - напряженность поля внутри конденсатора (между его обкладками) в начале

$$E_1 = \frac{\Delta \varphi}{d_1}$$

$$\Delta \varphi = E$$

$$E_1 = \frac{E}{d_1}$$

$$2) F_{k2} = q \cdot E_2$$

$$E_2 = \frac{\Delta \varphi}{d_2} = \frac{E}{0,8d_1} = \frac{E_1}{0,8}$$

$$E_2 > E_1 \Rightarrow F_{k2} > F_{k1} \mid \Rightarrow F_{k2} > mg$$

Следовательно, шарик будет двигаться в сторону верхней обкладки.

3) Запишем 2-ой закон Ньютона

$$F_{k2} + mg = m \vec{a}$$

185

205

$$ma = F_{k2} - mg$$

$$a = \frac{F_{k2} - mg}{m}$$

$$F_{k2} = \frac{F_{k1}}{0,8} = \frac{mg}{0,8}$$

$$a = \frac{mg(\frac{1}{0,8} - 1)}{m} = g(\frac{10}{8} - \frac{8}{8}) = \frac{1}{4}g$$

Если $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$, то

$$a = \frac{1}{4} \cdot 9,8 \frac{м}{с^2} = 2,45 \frac{м}{с^2}$$

Ответ: $2,45 \frac{м}{с^2}$

Задача 4.

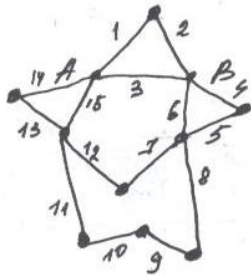
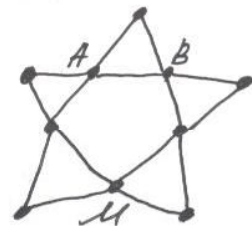
Дано:

$$R = 4 \text{ Ом}$$

$R_{AB} = ?$

Решение:

- 1) Путь тока от А до М и от В до М одинаков, следовательно, цепь может быть представлена в виде



15 баллов

Обозначим проводимости цифрами.

$$R_{1,2} = 2R \text{ (1 и 2 соединены последовательно)}$$

$$R_{4,5} = 2R$$

$$R_{4,5,6} = \frac{2R \cdot R}{3R} = \frac{2}{3}R \text{ (4 и 5 присоединены к 6 параллельно)}$$

$$R_{7,12} = 2R$$

$$R_{8,9,10,11} = 4R$$

$$R_{7-12} = \frac{2R \cdot 4R}{6R} = \frac{4}{3}R$$

$$R_{13,14} = 2R$$

$$R_{14,15,13} = \frac{2R \cdot R}{3R} = \frac{2}{3}R$$

$$R_{4-15} = \frac{2}{3}R + \frac{4}{3}R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R$$

$$R_{1,2,3} = \frac{2R \cdot R}{3R} = \frac{2}{3}R$$

$$R_{AB} = \frac{\frac{2}{3}R \cdot \frac{8}{3}R}{\frac{10}{3}R} = \frac{16R}{30} = \frac{8 \cdot 4 \text{ Ом}}{15} = 2,13 \text{ Ом}$$

Ответ: $2,13 \text{ Ом}$.