

Олимпиада школьников
Звезда - таланты
на службе обороны
и безопасности

~~22~~
04

Шифр 22-10-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы	15	5	10	20	20			70

Задание 1. Дано:

$$R = 4 \text{ см}$$

$$l = 4 \text{ см}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$S = 76 \text{ м}$$

$V_{ц} = ?$

Решение:

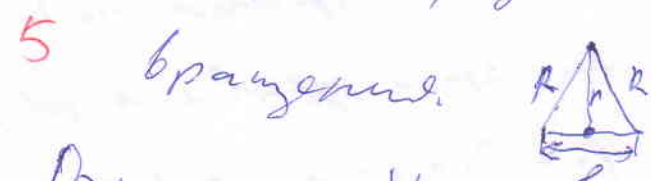
Так как шарик движется равномерно без скольжения, то его центр движется также равномерно со скоростью $V_{ц} = \frac{S}{t}$

$$= \frac{76 \text{ м}}{4 \text{ с}} = 19 \text{ м/с} = 40 \text{ км/ч} \quad 5$$

Так как нет скольжения, то шарик вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр и перпендикулярной плоскости риска. Угловая скорость ω . Заметим, что точки (соприкосновения шарика с рейками) невозможны относительно Земли \Rightarrow от точки соприкосновения z_0 оси вращения.



$$\Rightarrow V_{ц} = \omega r, \text{ где } r \text{ — расстояние от точки соприкосновения } z_0 \text{ оси вращения}$$



$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx 3,96 \text{ м} \quad 5$$

Откуда $\omega = \frac{V_{ц}}{r}$. Каждая точка шарика отстоит от оси вращения на R радиусе шарика

знаем её скорость $V = V_{ц} - \omega R$.

$$V = V_{ц} - \omega R = V_{ц} - \frac{V_{ц} R}{r} = \frac{V_{ц}}{r} \left(r - \frac{R}{\sqrt{R^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2}} \right) =$$

$$= 0,4 \left(1 - \frac{4}{3,36} \right) = -0,0619 \text{ м/с}$$

Знак "-" показывает, что точка движется в другую сторону (чем знак маркера).

Ответ: $-0,0619 \text{ м/с}$

Задача 3. Решение:

Дано:

$$h_1 = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м}$$

$$h_2 = 8 \text{ см} = 0,08 \text{ м}$$

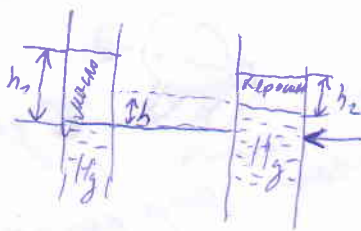
$$\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_1 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$h = ?$

Так как слой масла выше слоя керосина и масло плотнее керосина, то уровень ртути будет выше в сосуде с керосином.



Граница ртути с маслом. Во втором сосуде на этом уровне ртути (граница с керосином на h выше) =

\Rightarrow давление на этом уровне в обоих сосудах одинаково, т.е. $\rho_1 + \rho_1 h_1 g = \rho_1 + \rho_2 h_2 g + \rho h g$, где ρ_1 — ат.

10

$$h = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{\rho} \approx 0,0718 \text{ м} = 7,18 \text{ см}$$

Ответ: $7,18 \text{ см}$



Олимпиада школьников
Звезда - таланты
на службе обороны
и безопасности

Handwritten signature

Шифр 22-10-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы								

Задача 4.

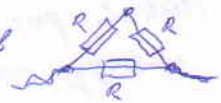
Дано:
 $R = 4 \text{ Ом}$

$R_{AB} = ?$

Решение:

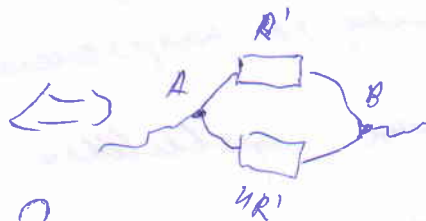
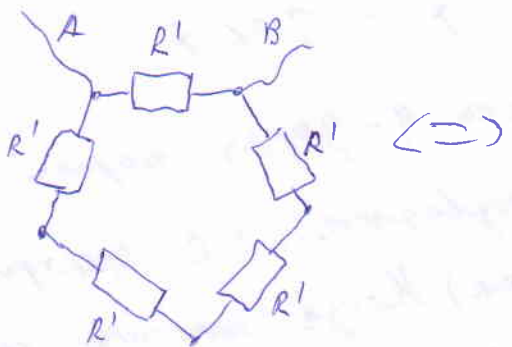
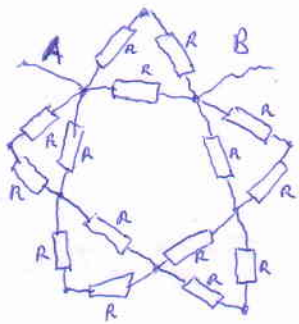
Пусть R - сопротивление одного проводника

Рассмотрим такую группу резисторов



и сопротивление $R' = \frac{2R^2}{3R} = \frac{2}{3}R$

Тогда схему из условия можно переписать



$$\text{Значит } R_{AB} = \frac{4R'^2}{5R'} = \frac{4}{5}R' = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}R = \frac{8}{15}R =$$

$$\approx 2,13 \text{ Ом}$$

Ответ: 2,13 Ом

20

Задача 5. Решение:

Пусть \mathcal{E} - ЭДС батареи, l - расстояние между обкладками конденсатора. Так как ЭДС батареи постоянна, то напряжение

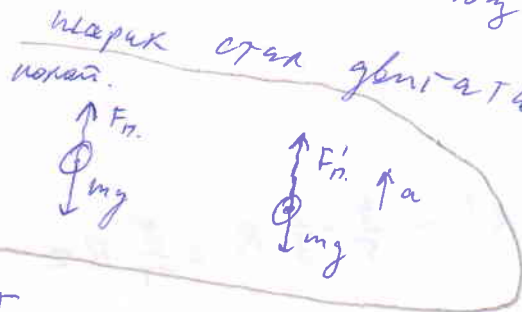
между пластинками постоянно; поскольку размеры пластины велики по сравнению с расстоянием между ними, то поле между ними можно считать однородным, его напряженность $x \sim \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$, где \sim означает "пропорционально".

Когда расстояние между пластинками сократили на 20% $\epsilon' = 0,8 \epsilon$, тогда $\frac{x'}{x} = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon'} \right) / \left(\frac{\epsilon}{\epsilon} \right)$, где x' - новая напряженность поле между пластинами.

$$\frac{x'}{x} = \frac{\epsilon}{\epsilon'} = \frac{\epsilon}{0,8 \epsilon} = \frac{1}{0,8} = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$x' = 1,25 x$$

Пусть q - заряд шарика, тогда $q x = mg$, так как шарик неподвижен. (т.е. электрическое поле конденсатора и поддерживающая шарик) Когда пластины сблизим, то напряженность поля возрастет \Rightarrow сила, поддерживающая шарик превзойдет силу тяжести и шарик стал двигаться вверх с ускорением a .



F'_n - новая сила, поддерживающая шарик.

$$F_n = q \cdot x = mg \quad ma + mg = F'_n = x' q$$

$$ma + mg = x' q$$

$$ma + q x = x' q$$

$$ma = q(x' - x) = q \cdot 0,25x = 0,25 mg$$

откуда $a = 0,25 g$

Ответ: с ускорением $0,25 g$ вверх будет двигаться шарик.

Продолжите на след. листе



Олимпиада школьников
Звезда - таланты
на службе обороны
и безопасности

~~22~~
09

Шифр 22-10-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы								

Задание 2.

Поскольку между N шариками $N-1$ промежутков, а размеры шариков относительно проводящих отрезков невелики, то расстояние между крайними шариками равно $l(N-1)$. Опять же поскольку шарики малы, то можно считать их точечными (разурса).

Заметим, что заряд распределён по этим точечкам равномерно, т.е. поверхностная плотность заряда равна $\frac{q}{\pi R^2}$. Поскольку проводник между шариками тонкий

и состояние установившееся, то можно считать, что заряды на крайних шариках создают однородное поле, напряжённость которого равна напряжённости внешнего поля. Тогда напряжённость электрического поля равна $\frac{q}{\pi R^2 \epsilon_0}$, где ϵ_0 - электрическая постоянная.

Ответ: $\frac{q}{\pi R^2 \epsilon_0}$